

Chapitre VI : Entropie et machine thermique

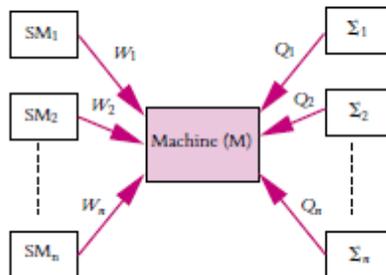
Module : Thermodynamique1

Filières: SMI/A (S1)

Machines thermiques

Une machine thermodynamique est un système fonctionnant grâce à un fluide subissant des transformations cycliques au cours desquelles il y a échange d'énergie avec le milieu extérieur.

Le milieu extérieur est constitué de n sources de chaleurs Σ_i (idéalement n thermostats) échangeant de la chaleur Q_i avec le fluide, et d'un système mécanique SM_i échangeant du travail W_i avec le fluide.



Si $W > 0$, la machine est un récepteur.

Si $W < 0$, la machine est un moteur.

Rendement et efficacité d'une machine thermique

• Rendement d'un moteur :

Rendement d'un moteur: le rapport de la valeur absolue du travail fourni par le système sur la chaleur reçue par le système de la part de la source chaude.

$$r = \frac{|W_{tot}|}{Q_1} \quad (V.12) \quad \text{Avec: } \begin{cases} Q_1 > 0 \\ W_{tot} < 0 \end{cases}$$

En appliquant le premier principe au cycle, on obtient: $|W_{tot}| = Q_1 + Q_2$

$$\rightarrow r = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \quad (V.13)$$

Etude du rapport $\frac{Q_2}{Q_1}$

- Moteur réversible (cycle de CARNOT)
- Moteur irréversible (réel):

Etude du rapport $\frac{Q_2}{Q_1}$

Moteur réversible (cycle de CARNOT)

On a l'égalité de CLAUSIUS-CARNOT:

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} &= 0 \\ \rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} &= -\frac{T_2}{T_1} \quad (V.14) \end{aligned}$$

$$\rightarrow r_{r\grave{e}v} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (V.15)$$

→ Le rendement d'un moteur réversible ne dépend que des températures des deux sources.

Moteur irréversible (réel):

L'inégalité de CLAUSIUS: $\frac{Q_2}{Q_1} < -\frac{T_2}{T_1} \quad (V.16)$

$$\rightarrow 1 + \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

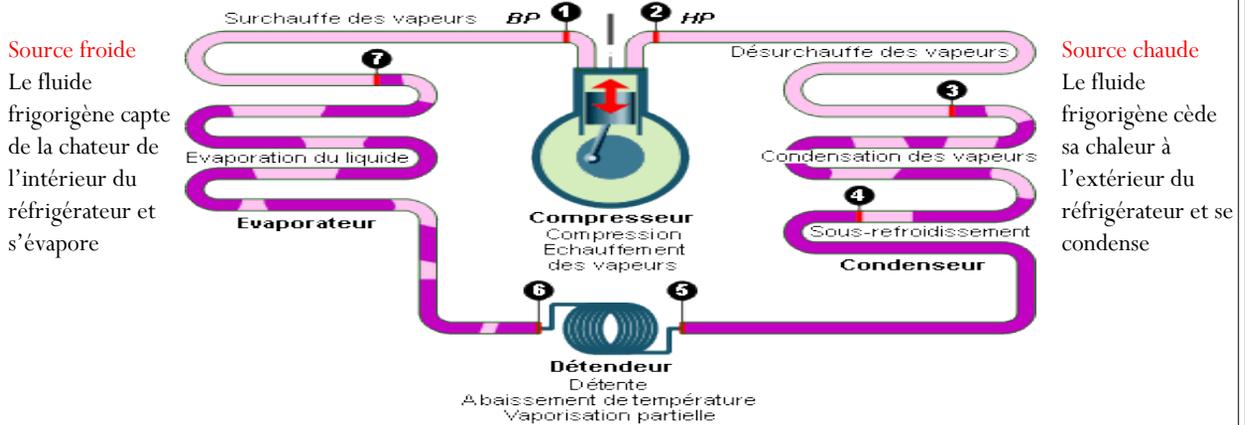
$$\rightarrow r_{irr\grave{e}v} < r_{r\grave{e}v}$$

→ **Théorème de CARNOT:** le rendement d'un moteur irréversible (moteur réel) entre des sources de chaleur, est inférieur à celui d'un moteur réversible entre les mêmes sources.

Efficacité d'une machine frigorifique :

Efficacité d'une machine frigorifique: le rapport de la quantité de chaleur empruntée à la source froide, au travail reçu par la machine de la part de l'extérieur:

$$e_F = \frac{Q_2}{W_{tot}}$$



Efficacité d'une machine frigorifique :

Efficacité d'une machine frigorifique: le rapport de la quantité de chaleur empruntée à la source froide, au travail reçu par la machine de la part de l'extérieur:

$$e_F = \frac{Q_2}{W_{tot}} \quad \text{Avec: } \begin{cases} Q_2 > 0 \\ W_{tot} > 0 \end{cases}$$

En appliquant le premier principe au cycle, on obtient: $W_{tot} = -(Q_1 + Q_2)$

$$e_F = -\frac{1}{1 + \frac{Q_1}{Q_2}}$$

Machine frigorifique réversible

$$e_{Frèv} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Machine frigorifique irréversible

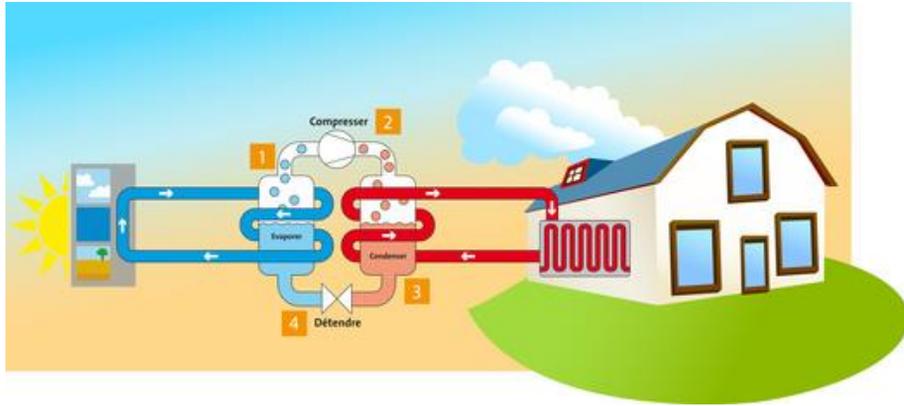
$$e_{Frèv} < \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Exemple: $T_2 = 277 \text{ K } (+4^\circ\text{C})$ dans le frigo $\rightarrow e_F < \frac{277}{19} = 14,5$
 $T_1 = 296 \text{ K } (+23^\circ\text{C})$ dans la maison

Efficacité d'une pompe à chaleur:

Efficacité d'une pompe à chaleur: le rapport de la valeur absolue de la quantité de chaleur cédée à la source chaude, au travail reçu par la machine de la part de l'extérieur:

$$e_p = \frac{|Q_1|}{W_{tot}} \quad \text{Avec: } \begin{cases} Q_1 < 0 \\ W_{tot} > 0 \end{cases}$$



Efficacité d'une pompe à chaleur:

Efficacité d'une pompe à chaleur: le rapport de la valeur absolue de la quantité de chaleur cédée à la source chaude, au travail reçu par la machine de la part de l'extérieur:

$$e_p = \frac{|Q_1|}{W_{tot}}$$

En appliquant le premier principe au cycle, on obtient: $W_{tot} = -(Q_1 + Q_2)$

$$e_p = \frac{1}{1 + \frac{Q_2}{Q_1}}$$

pompe à chaleur réversible

$$e_{Prèv} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

pompe à chaleur irréversible

$$e_{Pirrèv} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

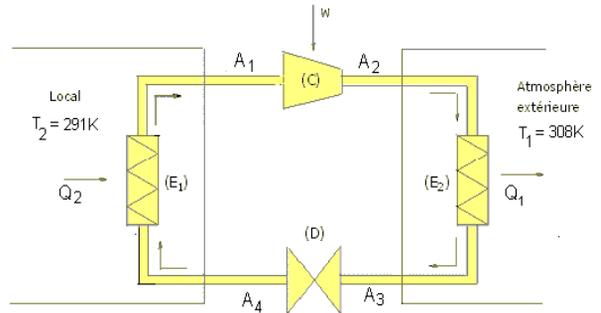
Exemple: $T_f = 272 \text{ K } (-1^\circ\text{C})$ température d'un lac
 $T_c = 296 \text{ K } (+23^\circ\text{C})$ température d'une maison $\rightarrow e_p < \frac{272}{24} = 11,33$

Système de climatisation

On peut imaginer un système de climiseur à partir d'une machine frigorifique dont le schéma de principe est donné sur la figure ci-dessous. Le fluide qui décrit le cycle d'une telle machine est un gaz parfait.

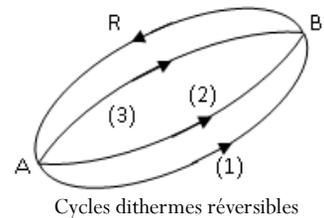
Le fluide traverse successivement :

- un compresseur (C) où le fluide subit une compression adiabatique réversible qui l'amène de $A_1 (T_2, P_1)$ à $A_2 (T_3, P_2)$
- un échangeur (E_2) où la machine cède à l'atmosphère extérieure la quantité de chaleur Q_1 , ce qui amène le fluide au point $A_3 (T_1, P_2)$
- un détendeur (D) où le fluide se détend de façon adiabatique réversible, ce qui l'amène en $A_4 (T_4, P_1)$
- - un échangeur (E_1) où la machine reçoit du local la quantité de chaleur Q_2 , ce qui ramène le fluide au point de départ $A_1 (T_1, P_1)$.



Entropie d'un système

Soit un système thermodynamique passant de l'état initial A à l'état final B par les chemins (1), (2) ou (3). Au cours de cette transformation, il échange la quantité de chaleur δQ avec des sources répartie d'une manière continue. Supposons que le chemin inverse R, ramenant le système de l'état B à l'état A existe. Il y a deux cas à étudier



1. Transformation réversible

$$\bullet \text{ Cycle (1,R): } \left(\int_A^B \frac{\delta Q}{T} \right)_1 + \left(\int_B^A \frac{\delta Q}{T} \right)_R = 0 \quad (\text{V.17})$$

$$\bullet \text{ Cycle (2,R): } \left(\int_A^B \frac{\delta Q}{T} \right)_2 + \left(\int_B^A \frac{\delta Q}{T} \right)_R = 0 \quad (\text{V.18})$$

$$\bullet \text{ Cycle (3,R): } \left(\int_A^B \frac{\delta Q}{T} \right)_3 + \left(\int_B^A \frac{\delta Q}{T} \right)_R = 0 \quad (\text{V.19})$$

$$\Rightarrow \left(\int_A^B \frac{\delta Q}{T} \right)_1 = \left(\int_A^B \frac{\delta Q}{T} \right)_2 = \left(\int_A^B \frac{\delta Q}{T} \right)_3 = - \left(\int_B^A \frac{\delta Q}{T} \right)_R$$

Entropie d'un système

$\int_A^B \frac{\delta Q}{T}$: Quantité indépendante du chemin suivi, elle ne dépend que de l'état initial A et de l'état final B.

$\int_A^B \frac{\delta Q}{T} = S_B - S_A = \Delta S$. Elle s'exprime en J/K.

Pour une transformation est élémentaire, on écrit $dS = \frac{\delta Q}{T}$ (V.20)

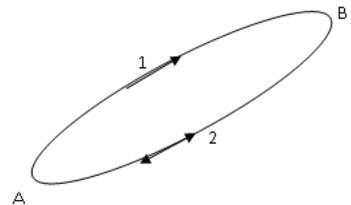
Remarques:

- 1) S est une fonction d'état et dS est une différentielle totale exacte. Elle est appelée entropie de système
- 2) S est une fonction extensive car elle dépend de l'extension du système à cause du δQ .
- 3) L'entropie d'une transformation adiabatique réversible ($\delta Q = 0$) reste constante. On l'appelle transformation isentropique.

Entropie d'un système

2. Transformation irréversible

Supposons que le système précédent passe de l'état initial A à l'état final B en empruntant le chemin irréversible (1) et pouvant revenir à l'état A par le chemin réversible (2). Il décrit, donc, un cycle irréversible



On a : $(\int_A^B \frac{\delta Q}{T})_{irr} + (\int_B^A \frac{\delta Q}{T})_{rev} < 0 \quad \rightarrow \quad (\int_A^B \frac{\delta Q}{T})_{irr} < -(\int_B^A \frac{\delta Q}{T})_{rev}$

Et puisque: $(\int_A^B \frac{\delta Q}{T})_{rev} = -(\int_B^A \frac{\delta Q}{T})_{rev} = S_B - S_A$ Donc: $S_B - S_A = \Delta S_{AB} > (\int_A^B \frac{\delta Q}{T})_{irr}$

En général, pour une transformation élémentaire non cyclique, on écrit: $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$

Posons $dS = dS_e + dS_i$

- $dS_i \geq 0$ est l'entropie créée dans le système lorsque la transformation est irréversible. Elle permet de chiffrer cette irréversibilité;
- dS_e est le terme d'échange d'entropie avec le milieu extérieur: il est directement lié à la chaleur échangée à travers les frontières du système et à la température thermodynamique T.

Remarque:

Pour un système isolé, on a $\delta Q = 0$, ce qui donne $S_A \leq S_B$, l'entropie d'un système isolé ne peut qu'augmenter. Lorsque le maximum est atteint, le système est en équilibre, c'est à dire, il évolue vers un état macroscopique de désordre maximal.

Troisième principe de la thermodynamique:

Quand l'état initial et l'état final ne sont pas connus, l'entropie est à une constante près. Si l'on veut calculer d'une manière absolue l'entropie d'un système, il faut définir, sans ambiguïté, une référence. Le troisième principe de la thermodynamique permet de préciser cette référence.

Entropie d'un gaz parfait:

Soit n moles de gaz parfait qui subit une transformation élémentaire réversible. Son entropie élémentaire dS est:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (\text{V.20})$$

$$\text{On sait que: } \delta Q = m c_v dT + PdV \Rightarrow dS = m c_v \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV \Rightarrow dS = m c_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$\text{Et puisque: } c_v = \frac{R}{M(\gamma-1)} \quad \text{donc: } S = \frac{nR}{\gamma-1} \ln(TV^{\gamma-1})$$

La constante d'intégration est nulle selon le troisième principe de la thermodynamique

- Pour une transformation finie faisant passer le gaz de l'état A à l'état B: $\Delta S_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_A V_A^{\gamma-1}}\right)$

Application sur quelques transformations réversibles particulières

- **Transformation adiabatique:** $Q=0$, on obtient $\Delta S_{AB} = 0$.
- **Transformation isotherme :** on $T_A = T_B$, alors:

$$\Delta S_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{V_B^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}}\right) = nR \ln(V_B/V_A) = nR \ln(P_A/P_B).$$